

Abstract

In the context of Evolutionary Game Theory, one of the most noteworthy mechanisms to support cooperation is spatial reciprocity, usually accomplished by distributing players in a spatial structure allowing cooperators to *cluster* together and avoid exploitation. This raises an important question: how is the survival of cooperation affected by different topologies? Here, to address this question, we explore the Focal Public Goods (FPGG) and classic Public Goods Games (PGG), and the Prisoner's Dilemma (PD) on several regular lattices: honeycomb, square (with von Neumann and Moore neighborhoods), kagome, triangular, cubic, and 4D hypercubic lattices using both analytical methods and agent-based Monte Carlo simulations. We found that for both Public Goods Games, a consistent trend appears on all two-dimensional lattices: as the number of first neighbors increases, cooperation is enhanced. Besides this, *clustered* topologies, i.e., those that allow two connected players to share neighbors, are the most beneficial to cooperation for the FPGG. The same is not always true for the classic PGG, where having shared neighbors between connected players may or may not benefit cooperation. We also provide a reinterpretation of the classic PGG as a focal game by representing the lattice structure of this category of games as a single interaction game with longer-ranged, weighted neighborhoods, an approach valid for any regular lattice topology. Finally, we show that depending on the payoff parametrization of the PD, there can be an equivalency between the PD and the FPGG; when the mapping between the two games is imperfect, the definition of an effective synergy parameter can still be useful to show their similarities.

We also introduce altruistic punishers in the spatial public goods game. This strategy acts as a cooperator in the absence of defectors, otherwise it will punish all defectors in their vicinity while bearing a cost to do so. We find that for higher punishment costs, punishers, when alone, are subject to exploitation but in the presence of cooperators can form a symbiotic spatial structure that benefits both. Neither cooperation nor punishment alone can survive the defector strategy in this parameter region for the square lattice and the specificity of the symbiotic spatial configuration shows that lattice topology plays a central role in sustaining cooperation. This is only observed for the square lattice, while more connected lattices don't need punishment and less connected are harmed with their coexistence.

Resumo

No contexto da Teoria Evolutiva dos Jogos, um dos mecanismos mais notáveis para apoiar a cooperação é a reciprocidade espacial, geralmente realizada pela distribuição dos jogadores em uma estrutura espacial que permite que os cooperadores se agrupem e evitem a exploração. Isso levanta uma questão importante: como a sobrevivência da cooperação é afetada por diferentes topologias? Aqui, para abordar esta questão, exploramos os Bens Públicos Focais (FPGG) e os clássicos Jogos de Bens Públicos (PGG), e o Dilema do Prisioneiro (PD) em várias redes regulares: honeycomb, square (com vizinhanças de von Neumann e Moore), kagome redes triangulares, cúbicas e hipercúbicas 4D usando métodos analíticos e simulações de Monte Carlo baseadas em agentes. Descobrimos que, para ambos os Jogos de Bens Públicos, uma tendência consistente aparece em todas as redes bidimensionais: à medida que o número de primeiros vizinhos aumenta, a cooperação aumenta. Além disso, as topologias *clusterizadas*, ou seja, aquelas que permitem que dois jogadores conectados compartilhem vizinhos, são as mais benéficas à cooperação para o FPGG. O mesmo nem sempre é verdade para o PGG clássico, onde ter vizinhos compartilhados entre jogadores conectados pode ou não beneficiar a cooperação. Também fornecemos uma reinterpretação do PGG clássico como um jogo focal, representando a estrutura de rede dessa categoria de jogos como um único jogo de interação com vizinhanças ponderadas de longo alcance, uma abordagem válida para qualquer topologia de rede regular. Finalmente, mostramos que dependendo da parametrização do payoff do PD, pode haver uma equivalência entre o PD e o FPGG; quando o mapeamento entre os dois jogos é imperfeito, a definição de um parâmetro de sinergia efetivo ainda pode ser útil para mostrar suas similaridades.

Também introduzimos punidores altruístas no jogo de bens públicos espaciais. Essa estratégia atua como um cooperador na ausência de desertores, caso contrário, punirá todos os desertores em sua vizinhança, arcando com um custo para fazê-lo. Descobrimos que para custos de punição mais altos, os punidores, quando sozinhos, estão sujeitos à exploração, mas na presença de cooperadores podem formar uma estrutura espacial simbiótica que beneficia a ambos. Nem a cooperação nem a punição sozinhas podem sobreviver à estratégia desertora nesta região de parâmetro para a rede quadrada e a especificidade da configuração espacial simbiótica mostra que a topologia da rede desempenha um papel central na sustentação da cooperação. Isso só é observado para a rede quadrada, enquanto as redes mais conectadas não precisam de punição e as menos conectadas são prejudicadas com a coexistência entre as estratégias.