FIS2005 - EXERCÍCIOS SOBRE SISTEMAS DE TEMPO
Prof. Basílio X. Santiago

1) Seja um lugar de longitude $\lambda = 3^h\ 17^m\ 05.18^s$**. No dia 26 de outubro de 1999, calcular a hora sideral média às** $20^h\ 30^m$ **de hora solar média local. Observação : considere que a longitude é positiva para meridianos a oeste de Greenwich.**

Solução

Hora média local:

$$M = 20^h\ 30^m\ 00^s$$

Pelas Efemérides Astronômicas do ON, a hora sideral em Greenwich ($\lambda = 0^o$) à 0^h TU do dia em questão é:

$$S_{0G} = 2^h\ 15^m\ 42.984^s$$

Determinando a hora sideral local no instante considerado:

$$S = S_{0G} + (M + \lambda)\eta + M,$$

onde $\eta = 0.00273790926$ e λ é a longitude do local.

$$M + \lambda = 23^h\ 47^m\ 05.18^s$$

$$(M + \lambda)\eta = 0.06512 = 3^m\ 54.43^s$$

$$S = 22^h\ 45^m\ 42,984^s + 3^m\ 54.43^s = 22^h\ 49^m\ 37.414^s$$

2) Determinar a hora solar média no dia 26/10/99 às $14^h\ 36^m\ 43.3^s$ **siderais verdadeiras de um observador de longitude** $\lambda = 6^h\ 21^m\ 24.56^s$**.**

Solução

Pelas Efemérides Astronômicas do ON, a hora sideral verdadeira em Greenwich à 0^h TU será:

$$S_{0G} = 2^h\ 15^m\ 42.054^s$$

A hora sideral à zero hora média local ($M = 0^h$) é dada pela expressão :

$$S_0 = S_{0G} + \lambda\ \eta$$

O intervalo de tempo sideral decorrido entre o instante considerado e $M = 0^h$ é então :

$$\Delta S = S - S_0 = S - S_{0G} - \lambda\ \eta,$$

onde $S = 14^h\ 36^m\ 43.3^s$.

A transformação de um intervalo de hora sideral em um intervalo de hora solar é:

$$\Delta M = \Delta S\ (1 - \mu)$$

onde $1 - \mu = 1/(1 + \eta) = 1 - 0.00273043359$.

A hora solar média no instante pedido será então :

$$M = (S - S_{0G} - \lambda\ \eta)\ (1 - \mu)$$

$$M = (S - S_{0G} - \lambda\ \eta) - (S - S_{0G} - \lambda\ \eta)\ \mu,$$

onde:

$$\lambda = 6.356822$$

$$\mu = 0.00273043359$$

$$\eta = 0.00273790926$$

Calculando...

$$S - S_{0G} - \lambda\ \eta = 12^h\ 21^m\ 1.246^s - 0.017404^h = 12.33294^h$$

$$M = 12.33294\ (1-\mu) = 12.33294x0.99727 = 12.29926$$

$$M = 12^h\ 17^m\ 57.3^s$$

3) Qual a longitude de um observador cuja hora sideral é $S = 13^h\ 26^m\ 51.4^s$ à 0^h TU no dia 10 de novembro de 1999? Dados: Hora sideral em Greenwich à $M_G = 0h$: $S_0 = 3h14m51.3s$.

Solução

Pelas Efemérides do ON, na data em questão a hora sideral em Greenwich à 0^h TU é: $S_{0G} = 3^h\ 14^m\ 51.314^s$

Trata-se do mesmo instante no tempo considerado no enunciado da questão . Estamos portanto lidando com a diferença de hora sideral em um dado instante fixo no tempo.

Essa diferença de hora sideral é, portanto:

$$\Delta S = 10^h\ 12^m\ 00.09^s$$

Sendo que o meridiano cuja longitude desejamos saber está adiantado com relação a Greenwich, a leste do mesmo portanto.

Logo: $\lambda = 153.00^o\ E$

4) Determine a longitude de um local cuja hora sideral média é $S = 11^h\ 49^m\ 20.7^s$ às $8^h\ 14^m\ 33^s$ de hora solar média local do dia 15/11/99.

Solução

Pelas Efemérides do ON, a hora sideral em Greenwich à 0^h TU é:

$$S_{0G} = 3^h\ 34^m\ 34.091^s$$

À zero hora solar média local ($M = 0h$), a hora sideral média local é:

$$S_0 = S_{0G} + \lambda\ \eta$$

O intervalo sideral decorrido até o instante considerado é então :

$$\Delta S = S - S_0 = S - S_{0G} - \lambda\ \eta$$

O intervalo solar correspondente será então :

$$\Delta M = \Delta S\ (1 - \mu)$$

onde $1 - \mu = 1/(1 + \eta) = 1 - 0.00273043359$.

Mas como o instante inicial corresponde a $M = 0h$, o valor do intervalo é igual à hora solar média local do instante considerado:

$$\Delta M = M = S - S_{0G} - \lambda\ \eta - (S - S_{0G} - \lambda\ \eta)\ \mu$$

Temos que resolver esta equação para a longitude:

$$\lambda = \frac{M + S_{0G}\ (1 - \mu) + S\ (\mu - 1)}{\eta\ (\mu - 1)}$$

$M = 8.242500^h$; $S_{0G} = 3.576136^h$; $S = 11.822423^h$; $\mu = 0.00273043359$; $\eta = 0.00273790926$

$$\lambda = \frac{8.242500 + 3.566372 - 11.790143}{-0.00273043}$$

$$\lambda = -6.8595^h = -102.8923^o = 102.8923^o\ E$$

5) Qual a hora solar verdadeira no instante em que o Sol Médio fez sua culminação superior para um observador de longitude $\lambda = 3^h\ 30^m\ 30.5^s$ no dia 26/1/94?

Solução

O Sol Médio cruzou o meridiano às 12 horas solares médias locais.

Pelas Efemérides do IAG-USP, temos para a equação do tempo (à 0h TU no dia considerado):

$$\epsilon = \alpha_V - \alpha_M = M - V = 12^h\ 12^m\ 26.35^s - 12^h = 12^m\ 26.35^s$$

A hora verdadeira correspondente a este instante foi então :

$$V = M - \epsilon = 12^h - 12^m\ 26.35^s = 11^h\ 47^m\ 33.65^s$$

Mas o valor de ϵ acima corresponde à 0^h TU. Temos que saber o valor da equação do tempo para a hora considerada.

Novamente, pelas Efemérides do IAG-USP, temos a taxa de variação horária da ascensão reta do Sol verdadeiro (em s/hora).

$$\frac{d\alpha_V}{dt} = 10.407^s/h$$

O Sol Médio, por percorrer o equador celeste a uma velocidade angular constante, tem uma taxa de:

$$\frac{d\alpha_M}{dt} = 9.836^s/h$$

Logo, para a taxa de variação da equação do tempo, inferimos:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{d\alpha_V}{dt} - \frac{d\alpha_M}{dt} = 0.571 s/h$$

Em termos de hora solar verdadeira e média, teremos:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dM}{dt} - \frac{d\epsilon}{dt}$$

Assim, mantendo M fixo, e considerando que entre 0^h TU e o instante considerado ter-se-ão decorrido $M + \lambda$ horas solares, teremos:

$$\Delta V = -(M + \lambda)\ \frac{d\epsilon}{dt}$$

$$\Delta V = -8.855^s$$

Logo,

$$V = 11^h\ 47^m\ 33.65^s - 8.855^s = 11^h\ 39^m\ 24.79^s$$

6) Provar que a equação do tempo, definida como $\epsilon = \alpha_V - \alpha_M$, onde α_V e α_M são , respectivamente, as ascensões retas do Sol verdadeiro e médio, pode ser expressa como:

$$\epsilon = U + Q,$$

onde $U = \lambda_V - \lambda_f$ é a equação do centro (λ_V e λ_f são , respectivamente, as longitudes eclíticas do Sol verdadeiro e fictício) e $Q = \alpha_V - \lambda_V$ é a redução ao equador.

Solução

$$\alpha_V = \epsilon + \alpha_M = Q + \lambda_V$$

Logo:

$$\epsilon = Q + \lambda_V - \alpha_M$$

Mas o sol médio caminha uniformemente sobre o equador celeste assim como o sol fictício o faz pela eclítica. Assim sendo:

$$\alpha_M = \lambda_f$$

$$\epsilon = Q + \lambda_V - \lambda_f = Q + U$$

7) Defina tempo universal. Defina os diferentes tipos de tempo universal e discuta suas diferenças.

Solução

Tempo Universal é a hora solar média do meridiano de Greenwich ($\lambda = 0^o$).

O tempo universal é um tempo rotacional, ou seja, é medido com base no ângulo horário do Sol médio, que, como sabemos, varia devido à rotação da Terra.

Infelizmente, o movimento de rotação da Terra não é uniforme e não se dá rigorosamente em torno de um eixo que tenha sempre os mesmos pólos. Isso leva às seguinte definições de tempo universal:

TU0: é simplesmente obtido através de observações astronômicas. Como o Sol Médio percorre o equador celeste uniformemente, sabemos qual o valor de sua ascensão reta a cada instante e podemos determinar então o ângulo horário do Sol Médio a cada instante pelas observações .

TU1: é o resultado da correção de TU0 para o movimento do pólo, pelo qual a longitude (e também a latitude) de um local varia com o tempo.

TU2: é o resultado da correção de TU1 para a variação da velocidade de rotação da Terra.

8) Seja um lugar de longitude $\lambda = -9^h\ 35^m\ 31.4^s$. No dia 30 de novembro de 1999, calcular a hora sideral média às $19^h\ 16^m\ 52.7^s$ horas solares médias locais. Dicas: Faz-se necessário consultar, na Biblioteca da Física, as efemérides (Astronomical Almanac ou Apparent Places of Fundamental Stars ou Efemérides do ON ou Efemérides do IAG), para saber o valor da hora sideral em Greenwich à $M_G = 0h$ no dia considerado.

Solução

Pelas Efemérides Astronômicas do ON, na data considerada a hora sideral em Greenwich à 0^h TU é:

$$S_0 = 4^h\ 33^m\ 42.422^s = 4.56178^h$$

Esta é a hora sideral em Greenwich à zero hora TU.

$$M = 19^h\ 16^m\ 52.7^s = 19.28130^h$$

$$\lambda = -9.59205^h$$

$$\eta = 0.00273790926$$

$$S = S_0 + (M + \lambda)\eta + M$$

$$S = 4.56178 + (19.28130 - 9.59205)x0.00273790926 + 19.28130$$

$$S = 23.86961^h = 23^h\ 52^m\ 10.6^s$$

9) Qual o melhor dia do ano para observarmos a estrela ρ *Ceti*, cujos valores médios de ascensão reta e declinação para 1999 são $\alpha = 2^h\ 25^m\ 54.01^s$ e $\delta = -12^o\ 17'\ 42.0''$?

Solução

O melhor dia para se observar a estrela será aquele em que ela fizer sua culminação superior o mais próximo possível da 0^h solar verdadeira do observador.

É comum as Efemérides (como a do ON ou o Astronomical Almanac (EUA)) listarem a hora sideral à 0^h TU para um observador no meridiano de Greenwich (longitude $\lambda = 0^o$).

Nas Efemérides do ON, por exemplo, encontramos esta lista na seção F. Vemos que nos dias 28/10 e 29/10, a hora sideral à 0^h TU em Greenwich é bem próxima da ascensão reta da estrela. Mas precisamos transformar estes valores para hora sideral à 0^h *solar verdadeira* e *na nossa longitude* ($\lambda_{PoA} = 51^o\ 13'$).

São duas transformações , portanto: uma de hora solar média para verdadeira e a outra da longitude de Greenwich para a de PoA.

A primeira transformação envolve a equação do tempo:

$$\epsilon = M - V,$$

onde M e V são as horas solares média e verdadeira correspondentes a um determinado instante. A equação do tempo é essencialmente dada na seção C das Efemérides do ON: ela corresponde à diferença entre a coluna "passagem meridiano Greenwich" e 12h.

Note que para os dias citados acima, $\epsilon \simeq -16^m$, não sendo desprezível. Isso significa que a hora sideral à 0^h solar verdadeira em Greenwich neste dias é aproximadamente $S \simeq 2^h\ 07^m$ para 28/10 e $S \simeq 2^h\ 11^m$ para 29/10.

Já a transformação em λ será:

$$S = S_G + \lambda\ \eta,$$

onde S e S_G são as horas siderais à 0^h solar verdadeira em PoA e Greenwich, respectivamente. $\eta = 0.00273790926$.

Dessa forma temos uma correção adicional:

$$\Delta S = \frac{51.21^\circ}{15} x 0.00273790926\ h = 0.00934844\ h = 33.6^s$$

Levando estas correções em conta, chegamos então à conclusão de que o melhor dia de observação é 02/11. Para ele teremos:

Hora sideral à 0^h TU à $\lambda = 0^o$: $2^h\ 43^m\ 18.871^s$

Equação do tempo: $\epsilon = -16^m\ 25.61^s$

Intervalo sideral entre passagem meridiana do Sol Médio e passagem meridiana do Sol verdadeiro: $\Delta S = \epsilon\ (1 + \eta) = -16^m\ 28.31^s$

Hora sideral à 0^h Sol. Ver. à $\lambda = 0^o$: $2^h\ 43^m\ 18.871^s - 16^m\ 28.31^s = 2^h\ 26^m\ 50.56^s$.

Hora sideral à 0^h Sol. Ver. à $\lambda = 51^o\ 13'$: $2^h\ 26^m\ 50.56^s + 33.6^s = 2^h\ 27^m\ 24.16^s$.

Este valor é o mais próxima do valor de α da estrela considerada.

10) Um observador mede o ângulo horário do Sol e obtém $H_\odot = 240\ ^\circ$. Responda:

a) Qual a hora solar deste observador neste instante?

b) Qual a hora sideral deste observador neste instante sabendo-se que a ascensão reta do Sol é $\alpha_\odot = 13h$?

c) Qual o ângulo horário do ponto γ neste instante?

d) Se neste instante são meio-dia no meridiano de Greenwich, qual a longitude do observador?

Solução

a) Hora solar baseada na posição do Sol no céu tem que ser a verdadeira:

$$V = H_\odot + 12^h = \frac{240^\circ}{15^\circ} + 12$$

$$V = 16^h \; + \; 12^h = 28^h = 4^h$$

b)

$$S = \alpha_\odot + H_\odot = 13^h \; + \; 16^h = 29^h = 5^h$$

c)

$$S = H_\gamma = 5^h = 75^\circ$$

d)

$$TU = 12^h = V + \epsilon + \lambda$$

$$\lambda = 12^h - 4^h - \epsilon = 8^h - \epsilon$$

Precisamos então saber o valor da equação do tempo ϵ neste dia.