

A Teoria Analítica do Calor – Discurso Preliminar¹

Joseph Fourier

As causas primárias são desconhecidas para nós; mas estão sujeitas a leis simples e constantes, que podem ser descobertas por observação, o estudo delas sendo o objeto da filosofia natural.

O calor, como a gravidade, penetra todas as substâncias do universo; seus raios ocupam todas as partes do espaço. O objetivo do nosso trabalho é estabelecer as leis matemáticas às quais esse elemento obedece. A teoria do calor, doravante, formará um dos mais importantes ramos da física geral.

O conhecimento da mecânica racional, que as nações mais antigas puderam adquirir, não chegou até nós, e a história dessa ciência, exceto os primeiros teoremas em harmonia, não é rastreada além das descobertas de Arquimedes. Esse grande geômetra explicou os princípios matemáticos do equilíbrio de sólidos e fluidos. Cerca de dezoito séculos passaram antes de Galileu, o criador das teorias dinâmicas, descobrir as leis do movimento de corpos pesados. Dentro desta nova ciência, Newton compreendia todo o sistema do universo. Os sucessores desses filósofos estenderam essas teorias, e deram-lhe uma perfeição admirável: eles nos ensinaram que os fenômenos mais diversos estão sujeitos a um pequeno número de leis fundamentais que são reproduzidas em todos os atos da natureza. É reconhecido que os mesmos princípios regulam todos os movimentos das estrelas, sua forma, as desigualdades de seus cursos, o equilíbrio e as oscilações dos mares, as vibrações harmônicas de ar e corpos sonoros, a transmissão de luz, as ações capilares, as ondulações dos fluidos, enfim os mais complexos efeitos de todas as forças naturais, e assim o pensamento de Newton se confirmou: *quod tam pauci tam multa proete geometria gloriatur.*²

Mas qualquer que seja a gama de teorias mecânicas, elas não se aplicam aos efeitos do calor. Esses compõem uma ordem especial dos fenômenos, que não pode ser explicada pelos princípios de movimento e equilíbrio. Nós estamos há muito tempo em posse de instrumentos engenhosos adaptados para medir muitos desses efeitos; valiosas observações foram coletadas; mas desta maneira, apenas resultados parciais se tornaram conhecidos. E não a demonstração matemática das leis que incluem todas elas.

Eu deduzi essas leis do estudo prolongado e da comparação atenta dos fatos até então conhecidos: todos esses fatos que observei de novo ao longo de vários anos com os instrumentos mais exatos que foram usados até agora. Para fundar a teoria, foi necessário em primeiro lugar distinguir e definir com precisão as propriedades elementares que determinam a ação do calor. Eu então percebo que todos os fenômenos que dependem desta ação se resolvem em um número muito pequeno de fatos gerais e simples; onde cada problema físico deste tipo é trazido de volta para uma investigação de análise matemática. A partir desses fatos gerais, tenho concluído que para determinar numericamente os mais variados movimentos de calor, é suficiente submeter cada

¹ Tradução de Nathan Lima e revisão de Leonardo Heidemann.

² Nota de tradução: Trecho do Principia de Newton que diz “a geômetra se orgulha de atingir tanto a partir de poucas fontes externas”.

substância a três observações fundamentais. Corpos diferentes, de fato, não possuem no mesmo grau poder para conter o calor, para receber ou transmitir calor através de suas superfícies, nem conduzi-lo através do interior de suas massas. Estas são as três qualidades específicas que nossa teoria distingue e mostra claramente como medir.

É fácil julgar o quanto essas pesquisas são de interesse para as ciências físicas e economia civil, e quais podem ser suas influências no progresso das artes que requerem o emprego e distribuição de calor. Elas também têm uma conexão necessária com o sistema do mundo, e suas relações se tornam conhecidas quando consideramos os grandes fenômenos que ocorrem perto da superfície do globo terrestre.

Na verdade, a radiação do sol em que este planeta está mergulhado incessantemente penetra no ar, na terra e nas águas; seus elementos são divididos, mudam de direção em todos os sentidos e, penetrando na massa do globo, aumentaria sua temperatura média mais e mais se o calor adquirido não fosse exatamente equilibrado por aquilo que escapa em raios de todos os pontos da superfície e se expande pelo céu.

Diferentes climas, desigualmente expostos à ação do calor solar, depois de um tempo imenso, adquiriram as temperaturas adequadas à sua situação. Este efeito é modificado por várias causas acessórias, como elevação, a forma do solo, a vizinhança e extensão dos continentes e mares, o estado da superfície, a direção dos ventos.

A sucessão do dia e da noite, as alternâncias das estações ocasionam variações periódicas na terra sólida, que são repetidas todos os dias ou todos os anos: mas essas mudanças se tornam cada vez menos sensíveis quando o ponto em que são medidas recua da superfície. Nenhuma variação diurna pode ser detectada na profundidade de cerca de três metros [dez pés] e as variações anuais deixam de ser apreciáveis em uma profundidade muito menor do que sessenta metros. A temperatura em grandes profundidades é então sensivelmente fixa em um determinado lugar: mas não é o mesmo em todos os pontos do mesmo meridiano; em geral ele sobe à medida que o equador é abordado.

O calor que o sol comunica ao globo terrestre, e que produziu a diversidade de climas, agora é sujeito a um movimento que se torna uniforme. Avança dentro do interior da massa que penetra completamente, e ao mesmo tempo se afasta do plano do equador, e passa a se perder nas regiões polares.

Nas regiões mais altas da atmosfera, o ar é muito raro e transparente, e retém apenas uma pequena parte do calor dos raios solares: esta é a causa do frio excessivo dos lugares elevadas. As camadas mais baixas, mais densas e aquecidas pela terra e a água, se expandem e sobem: eles são resfriados pelo próprio fato de expansão. Os grandes movimentos do ar, como os ventos alísios que sopram entre os trópicos não são determinados pelas forças atraentes da lua e do sol. A ação desses corpos celestes produz oscilações dificilmente perceptíveis em um fluido tão raro em uma distância tão grande. São as mudanças de temperatura que deslocam periodicamente cada parte da atmosfera.

As águas do oceano são expostas de forma diferente em sua superfície para os raios do sol, e o fundo da bacia que as contém é aquecido de forma muito desigual a partir dos polos para o equador. Essas duas causas, sempre presentes e combinadas com a

gravidade e a força centrífuga, mantem grandes movimentos no interior dos mares. Eles deslocam e misturam todas as peças e produzem essas correntes gerais e regulares que navegadores notaram.

O calor radiante que escapa da superfície ou de todos os corpos, e atravessa o meio elástico, ou espaços vazios de ar, tem leis, e ocorre com uma variedade ampla de fenômenos. A explicação física desses muitos fatos já é conhecida; a teoria matemática que eu formei dá uma medida exata deles. Consiste, de certa forma, em uma nova catóptrica que tem seus próprios teoremas e serve para determinar por análise todos os efeitos do calor diretos ou refletidos.

A enumeração dos principais objetos da teoria suficientemente mostra a natureza das questões que propus para mim mesmo. Quais são as propriedades elementares que são necessárias de serem observadas em cada substância, e quais são os experimentos mais adequados para determiná-las exatamente? Se a distribuição de calor na matéria sólida é regulada por leis constantes, o que é a expressão matemática dessas leis, e por qual análise podemos derivar dessa expressão a solução completa dos principais problemas? Por que as temperaturas terrestres cessam de ser variáveis a uma profundidade tão pequena em relação ao raio da Terra? Cada desigualdade no movimento deste planeta ocasionando necessariamente uma oscilação do calor solar abaixo da superfície, que relação existe entre a duração do seu período, e a profundidade em que as temperaturas se tornam constantes? Quanto tempo deve ter decorrido antes que os climas pudessem adquirir as diferentes temperaturas que agora mantêm; e o que são as diferentes causas que agora podem variar seu calor médio?

Quanto tempo deve ter decorrido antes que os climas pudessem adquirir as diferentes temperaturas que agora mantêm; e quais são as diferentes causas que agora podem variar seu calor médias. Por que as mudanças anuais de distância entre o Sol e a Terra não produzem sozinhas na superfície da Terra todas as mudanças consideráveis nas temperaturas?

A partir de quais características podemos verificar que a terra não perdeu totalmente seu calor original; e quais são as exatas leis da perda? Se, como várias observações indicam, este calor fundamental não é totalmente dissipado, deve ser imenso em grandes profundidades, e, no entanto, não tem nenhuma influência sensível no momento presente na temperatura média dos climas. Os efeitos que são observados neles são devido à ação dos raios solares. Mas, independentemente dessas duas fontes de calor, a única fundamental e primitiva, própria do globo terrestre, a outra devido à presença do sol, não há uma causa mais universal, que determina a *temperatura dos céus*, na qual parte do espaço que o sistema solar agora ocupa? Desde os fatos observados necessitam desta causa, quais são as consequências de uma teoria exata nesta questão inteiramente nova; como devemos ser capazes de determinar esse valor constante da temperatura do espaço e deduzir a partir dela a temperatura que pertence a cada planeta?

A essas questões devem ser adicionadas outras que dependem das propriedades do calor radiante. A causa física da reflexão de frio, ou seja, o reflexo de um grau menor de calor, é muito distintamente conhecido; mas qual é a expressão matemática desse efeito?

Sobre quais princípios gerais as temperaturas atmosféricas dependem se o termômetro que as mede recebe os raios solares diretamente, sobre uma superfície metálica ou não polida, ou se este instrumento permanece exposto, durante a noite, sob um céu livre de nuvens, ao contato com o ar, à radiação dos corpos terrestres, e das partes mais distantes e frias da atmosfera? A intensidade dos raios que escapam de um ponto na superfície de qualquer corpo aquecido variando com sua inclinação de acordo a uma lei que os experimentos indicaram, não há uma relação matemática necessária entre essa lei e o fato geral do equilíbrio do calor? E qual é a causa física de essa desigualdade de intensidade?

Por último, quando o calor penetra nas massas fluidas e determina os movimentos internos por mudanças contínuas de temperatura e densidade de cada molécula, ainda podemos expressar, por equações diferenciais, as leis de tal efeito composto? E qual é a mudança resultante nas equações gerais da hidrodinâmica?

Esses são os principais problemas que resolvi e que nunca foram submetidos a cálculo. Se considerarmos promover as relações múltiplas desta teoria matemática para usos civis e artes técnicas, reconheceremos completamente a extensão de suas aplicações. É evidente que inclui toda uma série de fenômenos distintos, e que o estudo deles não pode ser omitido sem perder uma parte notável da ciência da natureza.

Os princípios da teoria são derivados, assim como os da mecânica racional, a partir de um número muito pequeno de fatos primários, cujas causas não são consideradas pelos geômetras, mas quais eles admitem como resultados de observações comuns confirmadas por todos os experimentos.

As equações diferenciais da propagação do calor expressam as condições mais gerais e reduzem as questões físicas a problemas de análise pura, e este é o objeto apropriado da teoria. Eles não são menos rigorosamente estabelecidos do que as equações gerais de equilíbrio e movimento. Para fazer esta comparação mais perceptível, sempre preferimos demonstrações análogas àqueles dos teoremas que servem de base de estática e dinâmica. Essas equações ainda existem, mas recebem uma forma diferente, quando expressam a distribuição de luminosas de calor em corpos transparentes, ou os movimentos que as mudanças de temperatura e densidade ocasionam no interior dos fluidos. Os coeficientes que elas contêm estão sujeitos a variações cuja medida exata ainda não é conhecida; mas em todos os problemas naturais que mais nos preocupa considerar, os limites de temperatura diferem tampouco que podemos omitir as variações desses coeficientes.

As equações do movimento do calor, como aquelas que expressam as vibrações de corpos sonoros, ou as oscilações finais de líquidos, pertencem a um dos mais recentemente descobertos ramos de análise, que é muito importante aperfeiçoar. Depois de tendo estabelecido essas equações diferenciais, suas integrais devem ser obtidas; este processo consiste em passar de uma comum expressão para uma solução particular sujeita a todas as condições dadas. Essa difícil investigação requer uma análise especial fundada em novos teoremas, cujo objeto não poderíamos neste local tornar conhecido. O método que é derivado deles não deixa nada vago e indeterminado nas soluções, leva até as aplicações numéricas finais; uma condição necessária de cada investigação, sem a qual devemos apenas chegar a transformações inúteis.

Os mesmos teoremas que nos deram a conhecer equações do movimento do calor, aplicam-se diretamente a certos problemas de análise geral e dinâmica cuja solução tem por um muito tempo foi desejado.

Profundo estudo da natureza é a fonte mais fértil de descobertas matemáticas. Esse estudo não tem a oferecer apenas determinado objeto de estudo, a vantagem de excluir perguntas vagas e cálculos sem problema; está além de um método seguro de formar a própria análise e de descobrir elementos que nos interessa saber, e que as ciências naturais devem sempre preservar: estes são os elementos fundamentais que são reproduzidos em todos os efeitos naturais.

Vemos, por exemplo, que a mesma expressão cujas propriedades abstratas os geômetras consideraram, e que, a este respeito, pertence à análise geral, representa também o movimento da luz na atmosfera, pois determina as leis de difusão do calor na matéria sólida, e entra em todos os principais problemas da teoria da probabilidade.

As equações analíticas, desconhecidas dos antigos geômetras, que Descartes foi o primeiro a introduzir no estudo das curvas e superfícies, não se restringem às propriedades das figuras, e aquelas propriedades que são o objeto da mecânica racional; eles estender a todos os fenômenos gerais. Não pode haver um idioma mais universal e mais simples, mais livre de erros e de obscuridades, ou seja, mais dignas de expressar relações invariáveis das coisas naturais.

Considerada deste ponto de vista, a análise matemática é tão extensa como a própria natureza; define todas as relações perceptíveis, mede tempos, espaços, forças, temperaturas; esta ciência difícil é formada lentamente, mas preserva todos os princípios que uma vez adquirida; ela cresce e se fortalece incessantemente no meio das muitas variações e erros da mente humana.

Seu principal atributo é a clareza; não tem marcas para expressar noções confusas. Reúne fenômenos dos mais diversos, e descobre as analogias ocultas que os unem. Se a matéria nos escapa, como a do ar e da luz, por sua extrema tenuidade, se os corpos são colocados longe de nós na imensidão do espaço, se o homem deseja conhecer o aspecto dos céus em épocas sucessivas separadas por um grande número de séculos, se as ações da gravidade e de calor são exercidas no interior da terra em profundidades que serão sempre inacessíveis, a análise matemática ainda pode apoderar-se das leis desses fenômenos. Isso os torna presentes e mensuráveis, e parece ser uma faculdade da mente humana destinada a suprir a brevidade da vida e a imperfeição dos sentidos; e o que é ainda mais notável, segue-se o mesmo curso no estudo de todos os fenômenos; isso os interpreta pela mesma linguagem, como se para atestar a unidade e simplicidade do plano do universo, e para tornar ainda mais evidente aquela ordem imutável que preside a todas as causas naturais.

Os problemas da teoria do calor apresentam tantos exemplos das disposições simples e constantes que brotam das leis gerais da natureza; e se a ordem que é estabelecida nesses fenômenos poderia ser apreendida por nossos sentidos, isso produziria em nós uma impressão comparável à sensação do som musical. As formas dos corpos são infinitamente variadas; a distribuição do calor que os penetra parece arbitrário e confuso; mas todas as desigualdades são rapidamente canceladas e desaparecem com o

tempo. O progresso do fenômeno se torna mais regular e mais simples, permanece finalmente sujeito a uma lei definida que é a mesma em todos os casos, e que não carrega nenhuma impressão sensível do arranjo inicial.

Todas as observações confirmam essas consequências. A análise da qual são derivados separa e expressa claramente, 1 ° as condições gerais, isto é, aquelas que surgem das propriedades naturais do calor, 2 ° o efeito, acidental, mas continuado, da forma ou estado das superfícies; 3 ° o efeito, não permanente, da distribuição primitiva.

Neste trabalho, demonstramos todos os princípios da teoria do calor, e resolvemos todos os problemas fundamentais. Eles poderiam ter sido explicados de forma mais concisa, omitindo os problemas mais simples e apresentando em primeira instância os resultados mais gerais; mas queríamos mostrar a verdadeira origem da teoria e seu progresso gradual. Quando este conhecimento for adquirido e os princípios completamente fixados, é preferível empregar em outrora os métodos analíticos mais extensos, como fizemos nas últimas investigações. Este é também o curso que devemos seguir nas memórias que forem adicionadas a este trabalho, e que formará de alguma maneira seu complemento; e por isso significa que devemos ter reconciliado, na medida em que pode depender de nós mesmos, o necessário desenvolvimento de princípios com a precisão que se torna as aplicações da análise.

O tema dessas memórias será, a teoria do calor radiante calor, o problema das temperaturas terrestres, o da temperatura das habitações, a comparação dos resultados teóricos com o que observamos em diferentes experimentos, por último, as demonstrações das equações diferenciais do movimento de calor em fluidos.

O trabalho que agora publicamos foi escrito há muito tempo. Diferentes circunstâncias atrasaram e frequentemente interromperam a impressão dele. Neste intervalo, a ciência foi enriquecida por observações importantes; os princípios de nossa análise, que em princípio não haviam sido apreendidos, tornaram-se mais conhecidos; os resultados que deduzimos deles foram discutidos e confirmados. Nós mesmos aplicamos esses princípios a novos problemas, e mudaram a forma de algumas das provas. Os atrasos de publicação terão contribuído para tornar o trabalho mais claro e mais completo.

O assunto de nossas primeiras investigações analíticas sobre a transferência de calor era sua distribuição entre massas separadas; estes foram preservados no Capítulo III, Seção II. Os problemas relativos a corpos contínuos, que formam a teoria corretamente assim chamada, foram resolvidos muitos anos depois; esta teoria foi explicada pela primeira vez no trabalho manuscrito encaminhado ao Instituto da França no final do ano de 1807, um extrato do qual foi publicado no Bulletin des Sciences (Societe Philomatique, ano 1808, página 112). Adicionamos a este livro de memórias, e sucessivamente encaminhamos notas muito extensas, a respeito da convergência de séries, a difusão do calor em um prisma infinito, sua emissão nos espaços vazios de ar, construções adequadas para exibir os principais teoremas, e a análise do movimento periódico na superfície da Terra. Nosso segundo livro de memórias, sobre a propagação de calor, foi depositado nos arquivos do Instituto, no dia 28 de Setembro de 1811. Foi formado a partir das memórias anteriores e notas já enviadas; as construções geométricas e aqueles detalhes de análise que não tinham nenhuma relação com problema físico foram omitidos, e a ele foi adicionada a equação que expressa o estado da superfície. Esta

segunda obra foi enviada para impressão no decorrer de 1821, para ser inserida na coleção da Academia de Ciências. É impresso sem qualquer alteração ou adição; o texto concorda literalmente com o depositado manuscrito, que faz parte dos arquivos do Instituto.

Neste livro de memórias, e nos escritos que o precederam, será encontrada uma primeira explicação das aplicações que nosso trabalho real não contém; eles serão tratados nas memórias subsequentes com maior extensão e, se estiver em nosso poder, com maior clareza. Os resultados de nossos trabalhos relativos aos mesmos problemas também são indicados em vários artigos já publicados. O extrato inserido nas apresentações de *Annales de Chimie et de Physique* mostra o agregado de nossas pesquisas (Vol. III. página 350, ano 1816). Publicamos no *Annales* duas notas separadas, a respeito do calor radiante (Vol. IV. página 128, ano 1817 e Vol. VI. página 259, ano de 1817).

Vários outros artigos da mesma coleção apresentam mais resultados constantes de teoria e observação; a utilidade e a extensão do conhecimento terminológico não poderia ser melhor avaliada do que pelos celebrados editores dos *Annales*.

No *Bulletin des Sciences* (*Société philomatique* ano 1818, página 1 e ano 1820, página 60) será encontrado um extrato de um livro de memórias sobre a temperatura constante ou variável das habitações, e uma explicação das principais consequências da nossa análise das temperaturas terrestres.

M. Alexandre de Humboldt, cujas pesquisas abrangem todas os grandes problemas da filosofia natural, considerou as observações das temperaturas adequadas aos diferentes climas de um ponto de vista novo e muito importante (Memória sobre as linhas isotérmicas, *Société d'Arcueil*, Vol. w. página 462); (Memórias sobre o limite inferior da neve perpétua, *Annales de Chimie et de Physique*, Vol. v. Página 102, ano 1817).

Quanto às equações diferenciais do movimento do calor fluidos, menções a elas têm sido feita na história anual da Academia de Ciências. O trecho de nossas memórias mostra claramente seu objeto e princípio. (*Analyse des travaux de l'Académie des Sciences*, por M. De Lambre, ano 1820).

O exame das forças repulsivas produzidas pelo calor, que determinam as propriedades estáticas dos gases, não pertence ao objeto analítico que estudamos. Essa questão conectada com a teoria do calor radiante foi apenas discutida pelo ilustre autor do *Mécanique celeste*, a quem todos os principais ramos da análise matemática devem importantes descobertas. (*Connaissance des Temps*, anos 1824-5.)

As novas teorias explicadas em nosso trabalho estão unidas para sempre com as ciências matemáticas, e se apoiam, como elas, em fundações invariáveis; todos os elementos que atualmente possuem, eles preservarão e adquirirão continuamente maior extensão. Instrumentos serão aperfeiçoados e experimentos multiplicados. A análise que formamos será deduzido de uma forma mais geral, que quer dizer, métodos mais simples e férteis comuns a muitas classes de fenômenos. Para todas as substâncias, sólidas ou líquidas, para vapores e gases permanentes, as determinações serão feitas de todas as qualidades específicas relativas ao calor e das variações dos coeficientes que os expressam. Em diferentes estações, observações terrestres serão feitas, da temperatura do solo em diferentes profundidades, da intensidade do calor solar e seus efeitos,

constantes ou variáveis, na atmosfera, no oceano e em lagos; e a temperatura constante dos céus propriamente dita às regiões planetárias se tornarão conhecidas. A própria teoria irá direcionar todas essas medidas, e atribuir sua precisão. Nenhum progresso considerável pode ser feito daqui em diante, o qual não é fundamentado em experimentos como esses; da análise matemática pode-se deduzir de fenômenos gerais e simples a expressão das leis da natureza; mas a aplicação especial dessas leis a muito efeitos complexos exige uma longa série de observações exatas.