

## Introdução

O trabalho de Nicolau Copérnico iniciou uma mudança dramática na compreensão do universo que ficou conhecida como Revolução Copernicana. Nesta aula vamos conhecer outros três dos personagens principais dessa história – Tycho Brahe, Johannes Kepler e Galileo Galilei -, e como cada um contribuiu para a explicação do movimento dos planetas.

Bom estudo!



## Objetivos

- listar as principais contribuições de Tycho Brahe, Kepler e Galileu à fundamentação da teoria heliocêntrica;
- descrever as leis de Kepler do movimento planetário e aplicá-las na resolução de problemas;
- listar as principais propriedades das elipses e aplicá-las na resolução de problemas.

### O movimento dos planetas – Tycho , Kepler e Galileu

A Teoria Heliocêntrica conseguiu dar explicações mais simples e naturais para os fenômenos observados (por exemplo, o movimento retrógrado dos planetas), porém Copérnico não conseguiu prever as posições dos planetas de forma precisa, nem conseguiu provar que a Terra estava em movimento.



Figura 06.01: Tycho Brahe à direita, à esquerda um quadrante utilizado por ele.

Tycho Brahe é considerado o melhor astrônomo observacional da era pré-telescópica. Suas observações precisas das posições dos planetas permitiram a Kepler descobrir suas leis do movimento planetário.

Três anos após a morte de Copérnico, nasceu o dinamarquês Tycho Brahe (1546-1601), o último grande astrônomo observacional antes da invenção do telescópio. Usando instrumentos fabricados por ele mesmo, Tycho fez extensivas observações das posições de planetas e estrelas, com uma precisão em muitos casos melhor do que *1 minuto de arco* ( $1/30$  do diâmetro aparente do Sol).

O excelente trabalho de Tycho como observador lhe propiciou o patrocínio do rei da Dinamarca, Frederic II (1534-1588), e assim Tycho pode construir seu próprio observatório, no castelo Uraniborg (Fig. 06.02) na pequena ilha báltica de Hven (entre Dinamarca e Suécia).

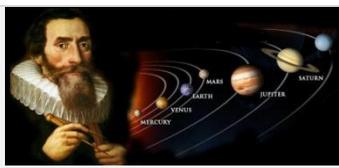


Figura 06.02: Uraniborg – o castelo-observatório de Tycho Brahe.

Após a morte de Frederic II, o rei que o sucedeu se desentendeu com Tycho e retirou seus privilégios. Em 1597 Tycho foi forçado a deixar a Dinamarca, indo trabalhar como astrônomo da corte para o imperador da Bohemia, em Praga. Tycho Brahe não acreditava na hipótese heliocêntrica de Copérnico, mas foram suas observações dos planetas que levaram às leis de Kepler do movimento planetário.

Em 1600 (um ano antes de sua morte), Tycho contratou para ajudá-lo na análise dos dados sobre os planetas, colhidos durante 20 anos, um jovem e hábil matemático alemão chamado Johannes Kepler (1571-1630).

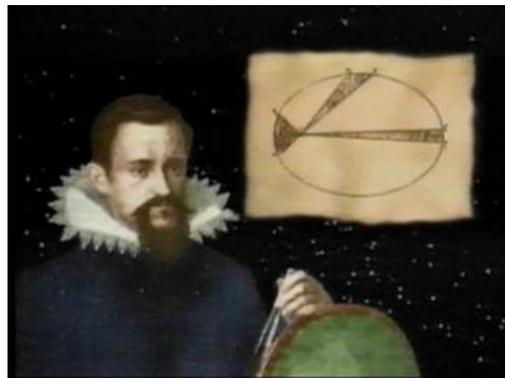


Figura 06.03: Johannes Kepler (1571-1630)

Kepler estudou inicialmente para seguir carreira teológica. Na Universidade ele leu sobre os princípios de Copérnico e logo se tornou um entusiástico defensor do heliocentrismo. Em 1594 conseguiu um posto de professor de Matemática e Astronomia em uma escola secundária em Graz, na Áustria, mas poucos anos depois, por pressões da Igreja Católica (Kepler era protestante), foi exilado, e foi então para Praga trabalhar com Tycho Brahe.

Quando Tycho morreu, Kepler "herdou" seu posto e seus dados, a cujo estudo se dedicou pelos 20 anos seguintes. Usando as observações de Marte, conseguiu determinar as diferentes posições da Terra após cada período sideral de Marte, e assim conseguiu traçar a órbita da Terra. Encontrou que essa órbita era muito bem ajustada por um círculo excêntrico, isto é, com o Sol um pouco afastado do centro.



As órbitas dos planetas são elipses de baixa excentricidade, de maneira que parecem circulares.

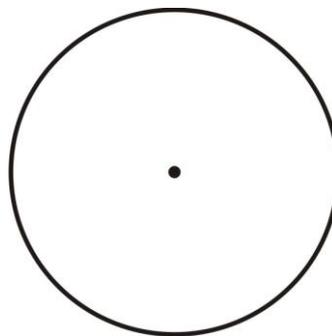


Figura 06.04: Embora as órbitas dos planetas sejam elipses, as elipticidades são tão pequenas que elas se parecem com círculos. Nesta figura mostramos a elipse que descreve a órbita da Terra em torno do Sol, na forma correta. A posição do Sol, no foco, está marcada por um pequeno círculo.

Kepler conseguiu também determinar a órbita de Marte, mas ao tentar ajustá-la com um círculo não teve sucesso. Ele continuou insistindo nessa tentativa por vários anos, e em certo ponto encontrou uma órbita circular que concordava com as observações com um erro de 8 minutos de arco. Mas sabendo que as observações de Tycho não poderiam ter um erro desse tamanho (apesar disso significar um erro de apenas 1/4 do tamanho do Sol), Kepler descartou essa possibilidade.

Finalmente, passou à tentativa de representar a órbita de Marte com uma oval, e rapidamente descobriu que uma elipse ajustava muito bem os dados.

A posição do Sol coincidia com um dos focos da elipse. Ficou assim explicada também a trajetória quase circular da Terra, com o Sol afastado do centro.

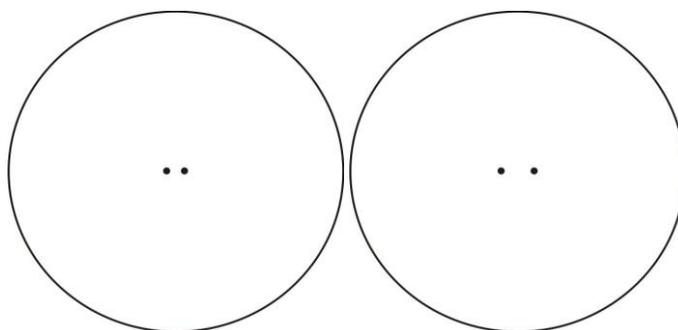


Figura 06.05: Nestas figuras mostramos as formas reais das elipses que descrevem as órbitas de Marte (esquerda), e Plutão (direita) em torno do Sol, na forma correta. Os dois pontos no centro de cada órbita marcam as posições dos focos. A órbita de Marte é a mais excêntrica entre os planetas, com exceção de Plutão, que é planeta anão.

A órbita de Marte está entre as mais excêntricas dos planetas, só perdendo para Mercúrio.

#### Órbitas elípticas:

Os planetas descrevem órbitas elípticas ao redor do Sol. O Sol ocupa um dos focos da elipse.

Para entender o movimento planetário, é importante relembrar as propriedades geométricas da elipse.



## Propriedades das Elipses

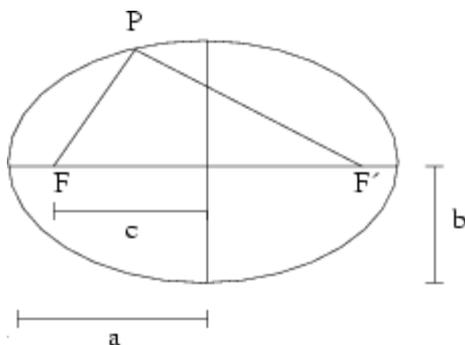


Figura 06.06: Elementos de uma elipse:  $a$  é o semieixo maior,  $b$  é o semieixo menor,  $F$  e  $F'$  são os focos,  $c$  é a distância de cada foco ao centro da elipse.  $P$  é um ponto qualquer da elipse.

### Semieixo maior:

É a metade do diâmetro maior da elipse. É igual à distância média de todos os pontos da elipse a um dos focos.

### Excentricidade:

É um parâmetro relacionado ao grau de alongamento da elipse. É definido como a distância entre os dois focos dividido pelo eixo maior da elipse.

$$e = \frac{2c}{2a}$$

### Afélio:

Ponto de órbita mais afastado do Sol.  
 $R_a = a(1+e)$

### Periélio:

Ponto de órbita mais próxima do Sol.  
 $R_p = a(1-e)$

1. Em qualquer ponto da elipse, a soma das distâncias desse ponto aos dois focos é constante. Sendo  $F$  e  $F'$  os focos,  $P$  um ponto sobre a elipse, e  $a$  o seu semieixo maior, então:

$$FP + F'P = \text{constante} = 2a$$

2. Quanto maior a distância entre os dois focos, maior é a excentricidade ( $e$ ) da elipse. Sendo  $c$  a distância do centro a cada foco,  $a$  o semieixo maior, e  $b$  o semieixo menor, a excentricidade é definida por;

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$

3. Se imaginarmos que um dos focos da elipse é ocupado pelo Sol, o ponto da órbita mais próximo do Sol é chamado **periélio**, e o ponto mais distante é chamado **afélio** (Fig. 06.07). Pode-se demonstrar facilmente que as distâncias do Sol ao periélio ( $R_p$ ) e ao afélio ( $R_a$ ) são:

$$R_p = a - c = a - a.e = a(1 - e)$$

e

$$R_a = a + c = a + a.e = a(1 + e).$$

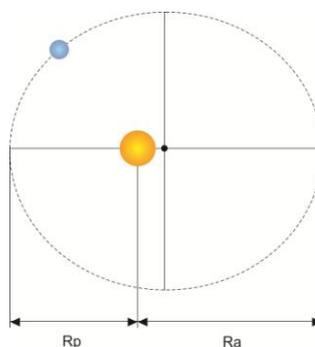
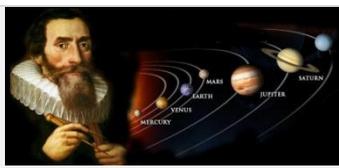


Figura 06.07: Elipse representando a órbita de um planeta, tendo o Sol em um dos focos. O ponto P indica o periélio e o A, o afélio. A mínima distância do planeta ao Sol é representada por  $R_p$  (distância no periélio) e a máxima distância do planeta ao Sol é representada por  $R_a$  (distância no afélio).



## As Leis de Kepler

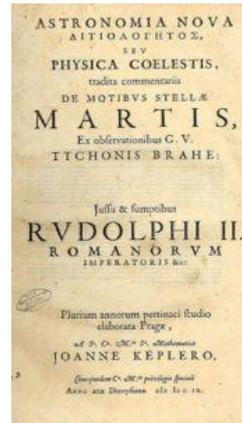


Figura 06.08: Reprodução da capa do livro "Astronomia Nova", no qual Kepler publicou suas duas primeiras leis do movimento planetário, em 1609.

1ª Lei: **Lei das órbitas elípticas** (Astronomia Nova, 1609): *A órbita de cada planeta é uma elipse, com o Sol em um dos focos.*

Como consequência da órbita ser elíptica, a distância do Sol ao planeta varia ao longo de sua órbita.

2ª Lei: **Lei da áreas** (Astronomia Nova, 1609): *A reta unindo o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais.*

O significado físico desta lei é que a velocidade orbital não é uniforme, mas varia de forma regular: quanto mais distante o planeta está do Sol, mais devagar ele se move. Dizendo de outra maneira, esta lei estabelece que a *velocidade areal é constante*.

3ª Lei: **Lei harmônica** (Harmonices Mundi, 1618): *O quadrado do período orbital dos planetas é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média ao Sol.*

Esta lei estabelece que planetas com órbitas maiores se movem mais lentamente em torno do Sol e, portanto, isso implica que a força entre o Sol e o planeta decresce com a distância ao Sol.

Sendo  $P$  o período sideral do planeta,  $a$  o semi-eixo maior da órbita, que é igual à distância média do planeta ao Sol, e  $K$  uma constante, podemos expressar a 3ª Lei como:

$$P^2 = K a^3.$$

Se medimos  $P$  em anos (o período sideral da Terra), e  $a$  em unidades astronômicas (a distância média da Terra ao Sol), então  $K = 1 \text{ ano}^2/\text{UA}^3$ , e podemos escrever a 3ª Lei como:

$$P^2 = a^3.$$

Tabela 01.06.01: A tabela abaixo mostra como fica a 3ª Lei de Kepler para os planetas visíveis a olho nu.

### Leis de Kepler:

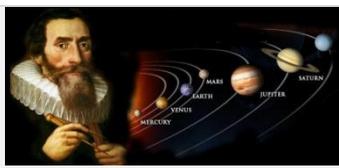
1ª Lei: Todo planeta descreve uma órbita elíptica ao redor do Sol, o Sol ocupa um dos focos dessa elipse.

2ª Lei: A reta que une o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais. Logo a velocidade orbital do planeta não é constante em módulo ao redor do Sol.  
 $v_{afélio} < v_{perifélio}$ .

3ª Lei:

$$P^2 \propto a^3$$

Quanto menor a distância média do planeta ao Sol, menor o seu período orbital e maior a sua velocidade de translação.



Planeta	Semieixo Maior (UA)	Período (anos)	$a^3$	$P^2$
Mercúrio	0,387	0,241	0,058	0,058
Vênus	0,723	0,615	0,378	0,378
Terra	1,000	1,000	1,000	1,000
Marte	1,524	1,881	3,537	3,537
Júpiter	5,203	11,862	140,8	140,7
Saturno	9,534	29,456	867,9	867,7

### Galileo:

Pai da astronomia telescópica.

Descobriu:

- que a Via Láctea é formada por uma infinidade de estrelas;
- quatro satélites em Júpiter;
- que Vênus passa por um ciclo de fases;
- superfície em relevo da Lua;
- manchas na superfície do Sol.

## Galileu

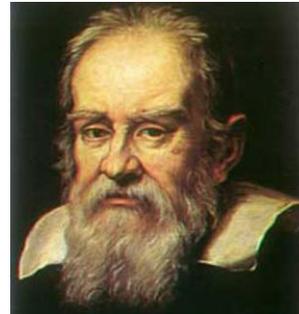


Figura 06.09: Galileu aos 72 anos.

Uma grande contribuição ao Modelo Heliocêntrico foi dada pelo italiano Galileu Galilei (1564 - 1642). Galileu foi o pai da moderna física experimental e da astronomia telescópica. Seus experimentos em mecânica estabeleceram parte dos conceitos de inércia, e de que a aceleração de corpos em queda livre não depende de seu peso, que foram mais tarde incorporados às leis do movimento de Newton.

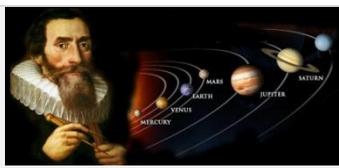
Galileu começou suas observações telescópicas em **1609**, usando um telescópio construído por ele mesmo, embora não seja ele o invento do telescópio. Lentes e óculos já eram conhecidos desde cerca de 1350, e Galileu tinha ouvido falar do telescópio construído pelo holandês Hans Lippershey (1570-1619) em 1608. Galileu soube desse instrumento em 1609, e, sem ter visto o telescópio de Lippershey, construiu o seu próprio, com aumento de 3 vezes, ainda em 1609. Em seguida ele construiu outros instrumentos, e o melhor tinha aumento de 30 vezes.



Figura 06.10: Telescópios de Galileu no Istituto e Museo di Storia della Scienza, em Florença.

Galileu usou o telescópio para observar sistematicamente o céu, fazendo várias descobertas importantes, entre as quais:

1. que a Via Láctea era constituída por uma infinidade de estrelas.
2. que Júpiter tinha quatro satélites, ou luas, orbitando



em torno dele, com períodos entre 2 e 17 dias. Esses satélites (que são chamados "galileanos") são: Io, Europa, Ganimedes e Calisto. Desde então, mais 57 satélites foram descobertos em Júpiter. Essa descoberta de Galileu foi particularmente importante porque mostrou que no universo havia centros de movimento que por sua vez também estavam em movimento; portanto o fato da Terra ser o centro do movimento da Lua não implicava que a Terra estivesse parada.

3. descobriu que Vênus passa por um ciclo de fases, assim como a Lua.

Essa descoberta também foi fundamental porque, no sistema ptolomaico, Vênus deveria sempre aparecer na forma de arco crescente ou minguante, pois nesse sistema o planeta fica sempre mais ou menos entre a Terra e o Sol, e conseqüentemente teria sempre a maior parte de sua face iluminada voltada para o lado oposto a nós. Ao ver que Vênus muitas vezes aparece em fase quase totalmente cheia, Galileu concluiu que ele viaja ao redor do Sol, passando às vezes pela frente dele e outras vezes por trás dele, e não revolve em torno da Terra. A figura 06.11 ilustra a aparência de Vênus como vista da Terra nos sistemas geocêntrico e heliocêntrico.

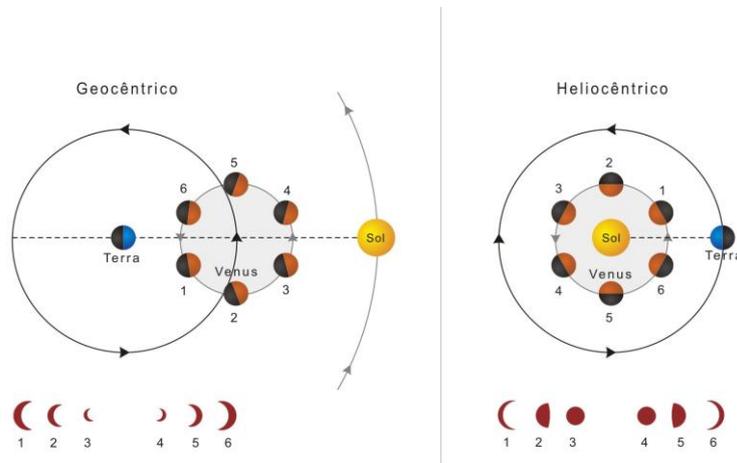


Figura 06.11: Representação da órbita de Vênus no sistema geocêntrico (à esquerda) e heliocêntrico (à direita). Se Vênus ficasse sempre entre a Terra e o Sol, como propunha o modelo ptolomaico, sua face iluminada estaria sempre voltada na direção oposta à da Terra, e da Terra seria vista sempre em fases próximas da fase nova. No sistema heliocêntrico, Vênus fica em diferentes posições relativas entre a Terra e o Sol, mostrando um ciclo completo de fases.

4. Galileu descobriu a superfície em relevo da Lua, e as manchas do Sol. Ao ver que a Lua tem cavidades e elevações assim como a Terra, e que o Sol também não tem a superfície lisa, mas apresenta marcas, provou que os corpos celestes não são esferas perfeitas, mas sim têm irregularidades, assim como a Terra. Portanto a Terra não é diferente dos outros corpos, e pode ser também um corpo celeste.



Figura 06.12: Ilustrações da Lua em quarto crescente (esquerda) e quarto

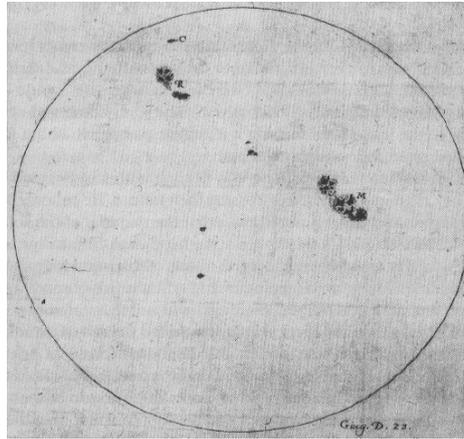


Figura 06.13: Reprodução de um desenho de Galileu mostrando as manchas solares, em 23 de junho de 1612.

As descobertas de Galileo proporcionaram grande quantidade de evidências em suporte ao sistema heliocêntrico. Sob acusação de heresia, Galileo foi chamado a depor ante a Inquisição Romana e foi obrigado a se retratar. Apenas em 1980, o Papa João Paulo II [Karol Joseph Wojtyla (1920-2005)] ordenou um re-exame do processo contra Galileo, que foi formalmente perdoado em 31 de outubro de 1992. Com isso foram eliminados os últimos vestígios de resistência, por parte da igreja Católica, à revolução Copernicana.



Figura 06.14: Cópia da pintura de Cristiano Banti que apresenta Galileo sendo julgado pelo tribunal de inquisição romano.



## Resumo

A aceitação da teoria heliocêntrica tomou mais de um século, e envolveu trabalhos persistentes e cuidadosos de observação, cálculo e experimentação por parte de Tycho Brahe, Johannes Kepler e Galileo Galilei.

Tycho Brahe fez observações das posições dos planetas com um nível de precisão até então inexistente. Essas observações possibilitaram a Kepler perceber que as órbitas planetárias não eram circulares, e sim elípticas.

Kepler formulou as três leis do movimento planetário: *(1.a) Todo planeta descreve uma órbita elíptica ao redor do Sol, que ocupa um dos focos dessa elipse; (2.a) A reta que une o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais. Portanto, a velocidade orbital do planeta não é constante em módulo ao redor do Sol, sendo máxima no periélio e mínima no afélio; (3.a) O quadrado do período orbital do planeta é proporcional ao cubo do semieixo maior de sua órbita. Portanto, os planetas com órbitas menores se movem mais rapidamente ao redor do Sol do que os de órbitas maiores.*

Galileo usou o telescópio recém inventado para observar e melhor entender o céu. Entre outras coisas, descobriu o relevo da Lua, os quatro maiores satélites de Júpiter, as fases de Vênus, e as manchas solares. Suas descobertas constituíram evidências contundentes contra o modelo de Ptolomeu e tiveram importância fundamental para consolidar a teoria copernicana.

## Questões de fixação

Após a leitura e compreensão dos assuntos tratados nessa aula responda as questões de fixação a seguir, discuta suas respostas com seus colegas no fórum de discussões. Após, você deve resolver as questões propostas na atividade de avaliação.

Bom estudo!



1. Qual a maior importância de Tycho Brahe na Astronomia?

2. Suponha que você tem um barbante de 1m de comprimento, cujas extremidades estão presas a duas tachinhas. Fixando as tachinhas em uma superfície e puxando o fio com um lápis você pode desenhar uma elipse.

- Qual será o semieixo maior dessa elipse?
- Qual a separação entre as tachinhas para desenhar uma elipse com excentricidade 0,1?
- Nesse caso, qual será o tamanho do semi-eixo menor da elipse?
- Qual será a menor distância de um ponto da elipse a um dos focos?
- Qual será a maior distância de um ponto da elipse a um dos focos?

3. Descreva as três Leis de Kepler do movimento planetário. Garanta que entendes bem o significado de cada termo da 3ª Lei.

4. Em que sistema de unidades a constante "K" da 3ª Lei de Kepler vale 1?

5. Como Galileu contribuiu para consolidar o modelo copernicano?

6. Por que o fato de Vênus passar por um ciclo de fases é uma prova de que Vênus orbita o Sol, e não a Terra?

7. Um planeta hipotético tem três luas, A, B e C. As massas das luas são desprezáveis frente à massa do planeta. A tabela abaixo apresenta, na segunda coluna, as distâncias médias das luas ao planeta, em km, e na terceira coluna, os seus períodos orbitais, em dias. Mostre que esse sistema obedece à 3ª Lei de Kepler.

Luas	km	dias
A	$1 \times 10^5$	1
B	$4 \times 10^5$	8
C	$9 \times 10^5$	27

8. O asteróide Ícaro tem uma órbita elíptica cujo afélio está a  $1,969 \text{ UA}$  do Sol, e o periélio a  $0,187 \text{ UA}$ . Encontre o semieixo maior e a excentricidade da órbita de Ícaro e o seu período sideral.



